

До методики візуального моделювання електричних систем

Ягуп Катерина Валеріївна

Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова
Харків, Україна

Ягуп Валерій Григорович

Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова
Харків, Україна

Анотація- В статті викладена методика моделювання електромагнітних процесів в електричних системах з необмеженою кількістю реактивних елементів із використанням методу змінних стану. Описана методика дозволяє сформувати раціональним способом систему диференціальних рівнянь, які далі вирішуються із застосуванням візуальної моделі, що складається з обчислювальних блоків системи Simulink.

Ключові слова – електрична система, сигнальний граф, топологічна матриця, змінні стану, електро-магнітні процеси, візуальна модель.

I. ВСТУП

Моделювання електромагнітних процесів в електричних системах є невід'ємною частиною у виконанні спеціалістами та вченими різноманітних досліджень електротехнічних комплексів та у навчанні студентів спеціальностей, зв'язаних з електротехнікою та електроенергетикою. Сучасні електричні системи зазвичай мають велику кількість реактивних елементів, тому системи диференціальних рівнянь, які описують електромагнітні процеси в таких системах, мають високі порядки, і не можуть бути розв'язані аналітичними способами [1– 3]. Вирішення таких систем потребує застосування числових методів та використання сигнальних графів [4], які можна реалізувати на візуальних моделях із застосуванням сучасних комп'ютерних програм. Візуальне моделювання витікає з аналогового моделювання, яке ґрунтувалося на електронних операційних підсилювачах. Такі схеми складалися з таких елементів: інтегратори, суматори, помножники, джерел сигналів, регістратори. В даний час візуальні моделі можна складати за допомогою програм MATLAB/Simulink або VisSim [5 – 7]. Перевагами візуального моделювання є те, що не треба складати програмний код.

Існує три основних методи розрахунків, що застосовуються в залежності від того, які процеси необхідно дослідити. Метод комплексних амплітуд застосовується при моделюванні електричних систем, що працюють на змінному струмі, метод алгебраїчних рівнянь застосовується при моделюванні систем, що працюють на постійному струмі і третій – моделювання перехідних процесів із застосуванням диференціальних рівнянь.

II. ОСНОВНИЙ МАТЕРІАЛ

Метод змінних стану є зручним засобом для раціонального складання диференціальних рівнянь. Перевагою такого методу є можливість виразити похідні від змінних стану через самі змінні стану.

Для упорядкованого складання диференціальних рівнянь за методом змінних стану для електричних систем можна використовувати таку методику:

1. Задати напрямки протікання струмів в електричній системі.
2. Скласти орієнтований граф електричної системи.
3. З орієнтованого графа вибрати дерево.
4. За допомогою дерева скласти матрицю топології «контур-вітка».
5. На основі матриці «контур-вітка» сформувати топологічні рівняння.
6. Доповнити систему топологічних рівнянь компонентними рівняннями, і таким чином сформувати повну систему рівнянь.
7. Сформувати систему рівнянь за методом змінних стану.
8. Сформувати сигнальний граф системи диференціальних рівнянь
9. За сигнальним графом скласти візуальну модель.
10. Провести серію комп'ютерних експериментів з дослідження електро-магнітних процесів за допомогою візуальної моделі.

Виклад методики розглянемо на прикладі.

Розглянемо електричну систему, яка складається з реактивних елементів, джерел струму та напруги і резисторів. (fig. 1).

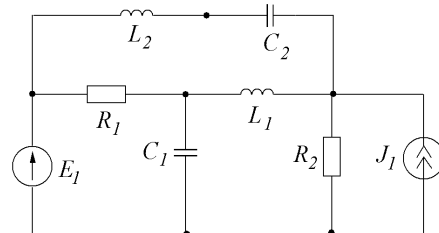


Fig. 1. Принципіальна схема електричної системи, яка розглядається в прикладі.

1. Позначимо вузли на електричній схемі, вважаючи, що кожен елемент знаходиться між двома вузлами. Розставимо прийняті позитивні напрями струмів на елементах електричної схеми.

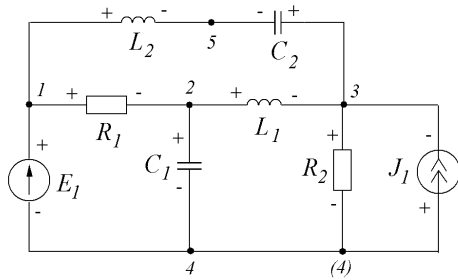


Fig. 2. Принципіальна схема електричної системи, яка розглядається в прикладі.

3. Складемо орієнтований граф. Для електричних систем такий граф отримуємо наступним чином:

1) замінимо кожний двополосний елемент відрізком ліній тобто гілки позначимо назвами електричних елементів, що знаходяться між відповідними вузлами;

2) задамо кожному ребру напрямком, що співпадає з прийнятим позитивним напрямком струму;

Для електричної схеми граф має вигляд представлений на fig. 2:

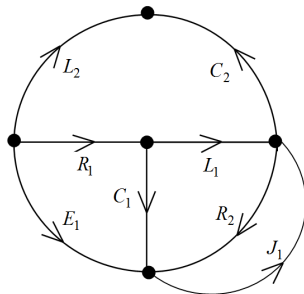


Fig. 3. Граф електричної схеми, що розглядається.

4. З графа електричної системи виберемо дерево. Дерево – це зв'язана сукупність ребер, що охоплює всі вузли та не утворює контурів. Ребра, що входять у дерево називаються вітками і зображуються суцільними лініями, ребра що не увійшли в дерево називаються зв'язками і зображуються пунктирними лініями. Існує пріоритет включення ребер в вітки або у зв'язки для електричних схем: до віток обов'язково треба включити ребра, що відповідають джерелам напруг та конденсаторам, а до зв'язків – джерела струмів та індуктивності. Щодо ребер, що відповідають опорам, то вони можуть бути включені і до зв'язків, і до віток, в залежності від топології системи.

На fig. 4 суцільними лініями показані вітки дерева, а пунктирними – зв'язки. Зрозуміло що, ребро R_1 може бути включено тільки до зв'язків, адже якщо його включити до віток, то утвориться контур. Ребро R_2 може бути включено тільки до віток, в іншому випадку не буде виконуватися умова зв'язаності вузлів дерева.

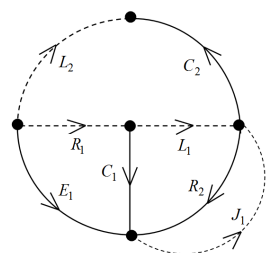


Fig. 4. Дерево графа електричної системи.

5. Складемо матрицю «контур – вітка». Строки матриці "контур-вітка" відповідають зв'язкам дерева, а стовпці – віткам. Складання матриці "контур-вітка" ґрунтується на утворенні особливих контурів. Під особливим контуром називається контур, який утворюється, якщо до дерева додати лише один зв'язок. За позитивний напрямок приймається напрямок зв'язку, який утворює особливий контур. Якщо напрямок вітки співпадає із напрямком зв'язку, то у відповідній комірці матриці треба записати +1, якщо напрямки протилежні то -1, решта елементів матриці дорівнює нулю і зазвичай залишається пустими.

Для розглянутого прикладу така матриця «контур-вітка» має наступний вигляд:

$$F = \begin{matrix} & \begin{matrix} E_1 & C_1 & C_2 & R_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} R_1 \\ L_1 \\ L_2 \\ J_1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & +1 & & \\ & -1 & & +1 \\ -1 & & -1 & +1 \\ & & & +1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

6. Топологічні рівняння складаються із використанням матриці "контур-вітка" за такими формулами:

$$V^{36} = -FV^6; \quad (1)$$

$$I^6 = F^T I^{36}. \quad (2)$$

де V^{36} та I^{36} – відповідно вектори напруг та струмів зв'язків;

V^6 та I^6 – вектори напруг та струмів віток;

F^T – транспонована матриця "контур-вітка".

Топологічні рівняння відображають зв'язок між компонентами і представляють собою для електричних систем I та II закони Кірхгофа.

Для електричної системи, що розглядається, рівняння 1 та 2 в матричній формі мають такий вигляд:

$$\begin{bmatrix} V_{R1} \\ V_{L1} \\ V_{L2} \\ V_{J1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & & \\ & +1 & & -1 \\ +1 & & +1 & -1 \\ & & & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{E1} \\ V_{C1} \\ V_{C2} \\ V_{R1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{E1} \\ I_{C1} \\ I_{C2} \\ I_{R1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & -1 & & -1 & \\ & +1 & -1 & & \\ & & & -1 & \\ & & & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{R1} \\ I_{L1} \\ I_{L2} \\ I_{J1} \end{bmatrix}$$

В результаті матричного множення отримано наступну систему топологічних рівнянь:

$$\begin{aligned} V_{R1} &= V_{E1} - V_{C1}; & I_{E1} &= -I_{R1} - I_{L1}; \\ V_{L1} &= V_{C1} - V_{R2}; & I_{C1} &= I_{R1} - I_{L1}; \\ V_{L2} &= V_{E1} + V_{C2} - V_{R2}; & I_{C2} &= -I_{L2}; \\ V_{J1} &= -V_{R2}; & I_{R2} &= I_{L1} + I_{L2} + I_{J1}. \end{aligned}$$

Представлена система топологічних рівнянь не в повній мірі описує систему, яка розглядається. Кількість невідомих 14, а кількість рівнянь 8. Відсутні 6 рівнянь можна отримати з системи компонентних рівнянь.

7. Компонентні рівняння описують поведінку кожного компонента, який може розглядатися навіть окремо від системи. Для електричних систем такі рівняння представляють зв'язок між напругою та струмом елементу, представлений у формі алгебраїчних або інтегро-диференціальних рівнянь. Такі рівняння можуть мати імпедансну та адмітансну форми, та описуватися диференціальними або інтегральними рівняннями (табл. 1).

III. КОМПОНЕНТНІ РІВНЯННЯ ДВОПОЛЮСНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Назва	Імпедансна форма рівняння	Адмітансна форма рівняння
R	$V_R = R \cdot I_R$;	$I_R = \frac{1}{R} V_R$;
C	$V_C = \frac{1}{C} \int_0^t I_C dt + V_C(0)$;	$I_C = C \frac{dV_C}{dt}$;
L	$V_L = L \frac{dI_L}{dt}$;	$I_L = \frac{1}{L} \int_0^t V_L dt + I_L(0)$;

Для джерел напруги та джерел струму компонентні рівняння відсутні. В загальному випадку для багатополусних елементів можна скласти систему компонентних рівнянь. В цих рівняннях струми та напруги, що діють на зовнішніх затискачах багатополусника, зв'язані математичними співвідношеннями (в тому числі у вигляді графіків, таблиць, алгоритмів).

Компонентні рівняння для приклада, що розглядається, матимуть такий вигляд:

$$\begin{aligned} I_{R1} &= \frac{1}{R_1} V_{R1}; & I_{C2} &= C_2 \frac{dV_{C2}}{dt}; \\ V_{R2} &= R_2 I_{R2}; & V_{L1} &= L_1 \frac{dI_{L1}}{dt}; \\ I_{C1} &= C_1 \frac{dV_{C1}}{dt}; & V_{L2} &= L_2 \frac{dI_{L2}}{dt}; \end{aligned}$$

Тепер кількість рівнянь в повній системі відповідає кількості невідомих змінних. Ця система складається з компонентних та топологічних рівнянь і повністю описує електричну систему. Вирішивши її можна знайти всі струми і напруги, які діють в електричній системі.

Метод змінних стану дозволяє сформувати систему рівнянь для електричної схеми у вигляді диференціальних рівнянь, які представлені в стандартній формі (у формі задачі Коші), яка зручна для вирішення на комп'ютері. Подальше рішення по методу змінних стану не буде вимагати вирішення алгебраїчних рівнянь високого ступеня, а здійснюється за достатньо простими і добре апробованими алгоритмами. Завдяки цьому метод змінних стану практично не має обмежень на порядок системи, що дуже важливо для великих електро-енергетичних систем. У якості змінних стану приймаються такі величини, що характеризують енергетичний стан електричної системи. В електричних системах енергія запасється в реактивних елементах – конденсаторах і індуктивностях.

$$E_C \frac{CV_C^2}{2}; E_L \frac{LI_L^2}{2}.$$

Таким чином, в якості змінних стану для лінійних електричних систем приймаються напруги на конденсаторах і струми через індуктивності (в більш загальному випадку в якості таких величин повинні виступати заряди конденсаторів і потокозчеплення індуктивностей). Метод змінних стану представляє рівняння в такому вигляді, коли похідні від змінних стану виражені через самі змінні стану і задаючі величини джерел:

$$\frac{dX}{dt} = f(X, Q),$$

де X – вектор змінних стану;

Q – вектор задаючих величин джерел.

Однією з переваг такого методу є те, що кількість рівнянь в системі значно скорочується. Для прикладу, що розглядається, кількість рівнянь зменшиться з 14 до 4. Перетворення повної системи рівнянь до системи рівнянь за методом змінних стану призводить до наступного результату:

$$\frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} (V_{E1} - V_{C1}) - I_{L1} \right);$$

$$\frac{dV_{C2}}{dt} = -\frac{1}{C_2} I_{L2};$$

$$\frac{dI_{L1}}{dt} = \frac{1}{L_1} (V_{C1} - R_2 (I_{L1} + I_{L2} + I_{J1}));$$

$$\frac{dI_{L2}}{dt} = \frac{1}{L_2} (V_{E1} + V_{C2} - R_2 (I_{L1} + I_{L2} + I_{J1})).$$

Тепер для отриманої системи рівнянь раціонально скласти сигнальний граф, в якому залежним вузлом відповідають змінні стану, а незалежним – задаючі величини джерел, передачі віток визначаються коефіцієнтами при відповідних змінних.

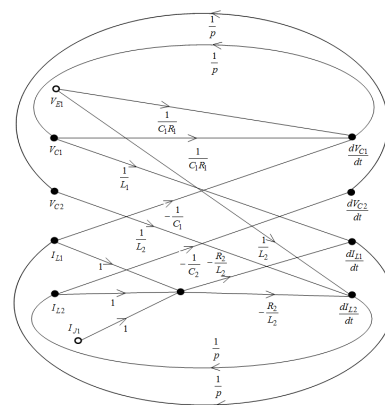


Fig. 5. Сигнальний граф електричної системи.

За цим сигнальним графом треба скласти візуальну модель в пакеті SimPowerSystems в програмі MATLAB.

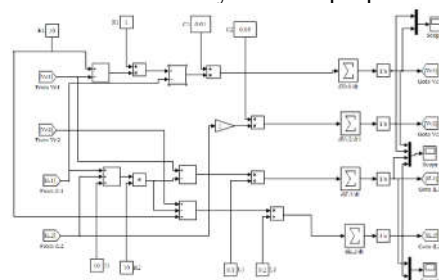


Fig. 6. Візуальна модель електричної системи.

В результаті виконання моделювання отримані такі часові діаграми змінних стану, наведені на fig. 7.

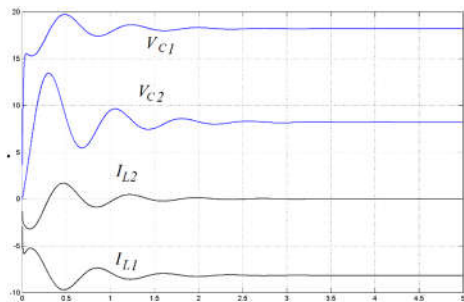


Fig. 7. Часові діаграми змінних стану.

При необхідності на візуальній моделі можна провести серію комп'ютерних експериментів, при зміні параметрів системи, а також при варіаціях початкових значень змінних стану шляхом завдання їх значень у вікні властивостей інтеграторів.

IV. ВИСНОВКИ

Викладена методика візуального моделювання електричних систем, надає можливість дослідження електро-магнітних процесів в електричних системах

будь-яких порядків. Перевагами такої методики є раціональність, простота складання диференціальних рівнянь, та наочність сигнального графу та сформованої за ним візуальної моделі. Викладений матеріал може бути застосований науковцями і студентами, для набуття навичок моделювання електромагнітних процесів і проведення досліджень в електричних системах високих порядків.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. –М.: Гардарики.– 2007. – 701 с.
- [2] Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2006. – 463 с.
- [3] Долбня В.Т. Топологический анализ и синтез электрических и электромеханических систем. / В.Т.Долбня – Харьков: НТУ «ХПИ», 2005.-356 с.
- [4] Мезон С. Электронные цепи, сигналы и системы. /С. Мэзон, Г. Циммерман. – М. – 1963. –620 с.
- [5] Дьяконов В.П. Визуальное математическое моделирование. VisSim+Mathcad+MATLAB. М.: Солон-Пресс, 2004. — 384 с
- [6] Гульятев А. Визуальное моделирование в среде Matlab. – СПб: Питер. – 2000. — 432 с
- [7] Бенькович Е. С. Практическое моделирование динамических систем. / Е. С. Бенькович, Ю. Б. Колесов, Ю. Б. Сениченков. – СПб.: БХВ-Петербург. – 2002. –464 с.

К методике визуального моделирования электрических систем

Ягуп Катерина Валерьевна

Факультет Транспортных систем и технологий

Кафедра электрического транспорта

Харьковский национальный университет городского

хозяйства имени А. Н. Бекетова

г. Харьков, Украина

Ягуп Валерий Григорьевич

Факультет электропоставки та освітлення міст

Кафедра Систем электроснабжения та

электропотребления городов

Харьковский национальный университет городского

хозяйства имени А. Н. Бекетова

г. Харьков, Украина

В статье изложена методика моделирования электромагнитных процессов в электрических системах с неограниченным количеством реактивных элементов с использованием метода переменных состояния. Описанная методика позволяет сформировать рациональным способом систему дифференциальных уравнений, которые далее решаются с применением визуальной модели, состоящей из вычислительных блоков системы Simulink. Д

Ключевые слова - электрическая система, сигнальный граф, топологическая матрица, переменные состояния, электро-магнитные процессы, визуальная модель.

To the technique of visual modeling of electrical systems

Yagup Katerina Valer'ivna

.M. Beketov National University of Urban Economy in

Kharkiv

Kharkiv, Ukraine

Yagup Valeriy Grigorievich

.M. Beketov National University of Urban Economy in

Kharkiv

Kharkiv, Ukraine

The article describes the method of modeling electromagnetic processes in electrical systems with an unlimited number of reactive elements using the state variable method. The described method allows to form a system of differential equations in a rational way, which are then solved using a visual model consisting of computing units of the Simulink system.

Keywords - electrical system, signal graph, topological matrix, state variables, electromagnetic processes, visual model.